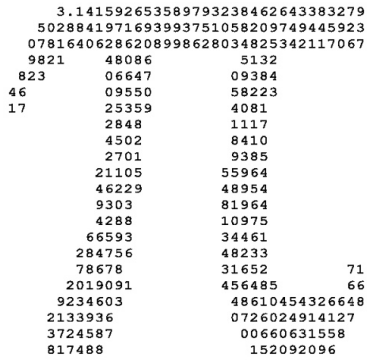
Carnegie Mellon University Qatar



Fourth Annual Pi Day Mathematics Competition

Preliminary Round Question Booklet

2019

π goes on and on,
and e is just as cursed.
I wonder, how does π begin
When its digits are reversed?

- Martin Gardner

Carnegie Mellon University Qatar

Pi Day Mathematics Competition

Rules of the Competition

- This test consists of 40 multiple choice questions. Each question is followed by answers marked A, B, C, D, and E. Only one of these is correct.
- Mark your answer to each problem on the provided answer sheet. For each question, blacken the circle corresponding to at most one answer choice. Completely erase errors and any stray marks. Only answers properly marked on the answer sheet will be graded.
- SCORING: There are three sections in this test.

  Section 1 consists of 25 questions, each one worth one point. Section 2 consists of 10 questions, each one worth two points. Section 3 consists of 5 questions, each one worth three points.

  A correct answer to a question earns the full point value of the question. An incorrect answer carries a penalty of 25% of the point value of the question (that is, there is a penalty of 0.25 for incorrect answers in Section 1, a penalty of 0.5 for incorrect answers in Section 2, and a penalty of 0.75 for incorrect answers in Section 3). You neither win nor lose points for questions that are left unanswered.
- Contestants may **not** consult textbooks, notes, other people (apart from teammates), electronic devices (including calculators, mobile phones, etc.), or any other resources during the test.
- Figures are not necessarily drawn to scale.
- Before beginning the test, please make sure to write the name of your school and the names of all members of the team on the answer sheet.
- You have **90 minutes** to complete the test.
- At the end of the 90 minutes, each team should submit one answer sheet.

Section 1

There are 25 questions in this section. Each question is worth 1 point. An incorrect answer carries a penalty of 0.25 points.

1. Let x, y, z be distinct positive integers satisfying $x + 2y + 3z = 75$. What is the maximum possible value of the sum $x + y + z$?

   (a) 69 (b) 71 (c) 72 (d) 74 (e) 75

2. The expression $3 - 7 + 11 - 15 + 19 - 23 + ... + 67$ is equal to

   (a) -32 (b) 32 (c) 35 (d) 36 (e) 99

3. Let a, b, c, d, e, f, m, n be distinct digits. What is the minimum possible value of the sum of the two-digit numbers ab, cd, ef and mn?

   (a) 112 (b) 114 (c) 118 (d) 120 (e) 124

4. Note that $n!$ (n factorial) is defined as the product of first n positive integers. Among the following five numbers, how many of them are even integers?

   (i) $5! + 7! - 3$
   (ii) $2^5 + 7! + 5$
   (iii) $3^8 + 2^8 + 7$
   (iv) $\frac{4!+5!}{4}$
   (v) $3^6 + 2^5$

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

5. If $\frac{11}{9} + \frac{9}{7} + \frac{7}{5} = a$, then $\frac{2}{5} + \frac{2}{7} + \frac{2}{9}$ is equal to

   (a) $a + 1$ (b) a (c) $a - 1$ (d) $a - 2$ (e) $a - 3$

6. Let $x = -\frac{10}{7}$, $y = -\frac{100}{13}$ and $z = -\frac{1000}{793}$. Which of the following is the correct ordering of x, y, z?

   (a) $x < y < z$ (b) $x < z < y$ (c) $z < x < y$ (d) $y < z < x$ (e) $y < x < z$

7. What is the number of real numbers x that satisfy the equation $(x-8)^{x^2+1} = (8-x)^{10}$?

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

8. What is the product of all x values that satisfy the equation $|3x-1| = 5x+7$?

   (a) -3 (b) $-\frac{3}{4}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) 1 (e) 3

9. Given a set S, let $n(S)$ be the number of elements in the set. For two sets S and T, the set $S-T$ consists of all those elements of S that do not belong to T.

   Let A and B be sets such that $n(A) = 4n(B)$, $n(B-A) = 2$, and $n(A) < 24$. What is the maximum possible number of elements in B?

   (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7 (e) 8

10. Suppose that the roots of the quadratic equation $x^2 - (2m-5)x + 12 = 0$ are integers. What is the smallest possible value of m?

    (a) -4 (b) -1 (c) 3 (d) 6 (e) 9

11. Let a and b be positive real numbers. If $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ and $a - b = 8$, then a is equal to

    (a) 4 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

12. Let $P(x)$ be a polynomial with $P(x+1) = (x+2)^2$. What is the remainder when $P(x)$ is divided by $x+1$?

    (a) -2 (b) -1 (c) 0 (d) 1 (e) 2

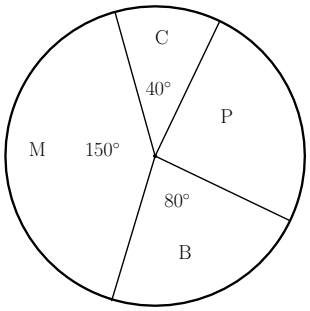
13. $\sqrt{\dfrac{4}{49} + \dfrac{1}{25} - \dfrac{4}{35}}$ is equal to

    (a) $\frac{1}{35}$ (b) $\frac{2}{35}$ (c) $\frac{3}{35}$ (d) $\frac{1}{7}$ (e) $\frac{1}{5}$

14. The average age of a group of people is 20. The average age of workers in this group is 24 and the average age of students in this group is 17. If there is no people in the group who is both a student and a worker, what is the ratio of students to workers in the group?

    (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$ (e) $\frac{3}{4}$

15. Given pie chart indicates the ratio of working hours, in a typical day, for a student who is preparing to take a standardized test. As indicated in the chart there are four subject areas in the test: Mathematics, Chemistry, Physics and Biology. If the student works for 16 hours in a day, how many hours does he spend studying Physics?

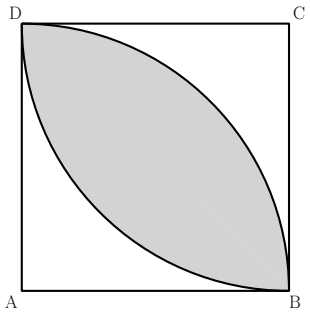


(a) 3 (b) $\frac{7}{2}$ (c) 4 (d) $\frac{9}{2}$ (e) 5

16. An item is sold for 84 QR which has resulted a loss of 30 percent. What would have been the percent profit if it had sold for 168 QR?

(a) 50 (b) 40 (c) 35 (d) 30 (e) 25

17. Let $ABCD$ be a square with $|AB| = 2\,cm$. Given arcs have the centers A and C. What is the area of the shaded region in cm^2?



(a) $2\pi - 2$ (b) $2\pi - 3$ (c) $2\pi - 4$ (d) $\pi - 2$ (e) $\pi - 1$

18. In a farm, there are only rabbits and chickens. The total number of heads is 32 and the total number of legs is 88. What is the number of rabbits in this farm?

(a) 15 (b) 14 (c) 13 (d) 12 (e) 11

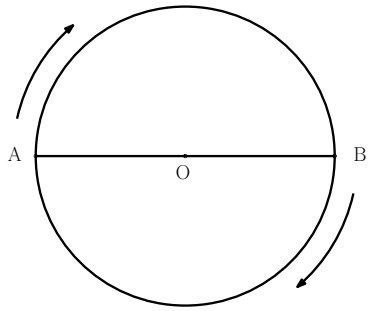
19. The age of Fadhel 10 years from now is equal to the age of Karem 6 years ago. In 8 years, the age of Karem will be twice the age of Fadhel. What is the current age of Fadhel?

(a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 12 (e) 15

20. A shop owner buys two types of rice. First type costs 1.2 dollar per kg and he buys 60 kg. Second type costs 1.6 dollar per kg and he buys 40 kg. He mixes these two types of rice to sell. What is the selling price of 1 kg of mixture if he puts 25 percent profit?

(a) 1.65 (b) 1.70 (c) 1.78 (d) 1.80 (e) 1.90

21. The circumference of the given circular bicycle track is 400 meters and O is the center of the track. One cyclist starts from the point A and his speed is 18 meters per second. Another cyclist starts, at the same time, from the point B with a speed of 13 meters per second. If both of the cyclists are going clockwise, how many seconds later will the first cyclist reach the second cyclist for the second time?



(a) 108 (b) 112 (c) 116 (d) 120 (e) 125

22. Consider the function $f(x) = 2x - 3$. If $(fof)(x) = 19$, then x is equal to

(a) -9 (b) -7 (c) 5 (d) 6 (e) 7

23. The following graph shows the buy and sell prices of 4 items: A, B, C and D. If we order these four items with respect to profit ratio, which of the following is the correct order?

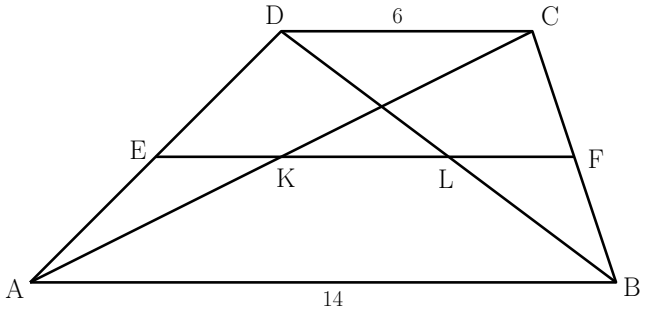
(a) $C < B < A < D$ (b) $C < A < B < D$ (c) $C < D < A < B$

(d) $C < D < B < A$ (e) $C < B < D < A$

24. Which of the following is equal to $\dfrac{9^a + 9^a + 9^a + 9^a + 9^a + 9^a}{3^a + 3^a}$?

(a) 3^a (b) 3^{a+1} (c) $2 \cdot 3^a$ (d) $4 \cdot 3^a$ (e) 3^{a+3}

25. In the trapezoid $ABCD$, the lengths of sides AB and DC are $14cm$ and $6cm$, respectively. If points E and F are midpoints of line segments AD and BC, what is the length, in centimeters, of line segment KL?



(a) 6 (b) 5 (c) 4 (d) 3 (e) 2

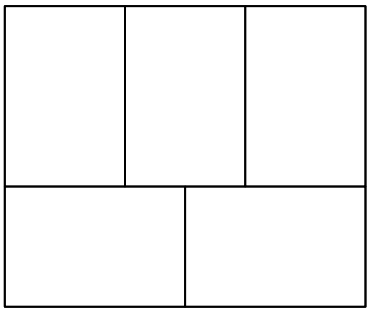
Section 2

There are 10 questions in this section. Each question is worth 2 points. An incorrect answer carries a penalty of 0.5 points.

1. The number 39.64 when expressed in base 5 is 124.31_5 as $39.64 = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^{-1} + 1 \cdot 5^{-2}$. What is the second digit after the decimal point in the base-5 representation of π?

   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

2. A rectangle with perimeter 132 is divided into five congruent rectangles as shown in the diagram. What is the perimeter of one of the five congruent rectangles?

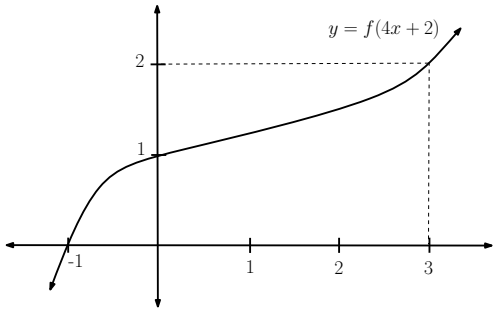


   (a) 58 (b) 60 (c) 62 (d) 64 (e) 66

3. The number of zeros at the right end of $5! = 120$ is 1. Similarly the number of zeros at the right end of $2,107,000$ is 3. What is the number of zeros at the right end of 2019!?

   (a) 403 (b) 483 (c) 499 (d) 502 (e) 505

4. The graph of $y = f(4x + 2)$ is given below. What is the value of $f(2) + f^{-1}(2)$?



   (a) 16 (b) 15 (c) 13 (d) 11 (e) 10

5. A *magic square* is an $n \times n$ square grid (where n is the number of cells on each side) filled with distinct positive integers in the range $1, 2, \ldots, n^2$ such that each cell contains a different integer and the sum of integers in each row, column, and diagonal is equal. The sum is called the *magic constant* of the magic square. For example, in the 3×3 magic square below, the magic constant is 15 (all row sums, column sums, and diagonal sums equal 15). What is the magic constant for a 7×7 magic square?

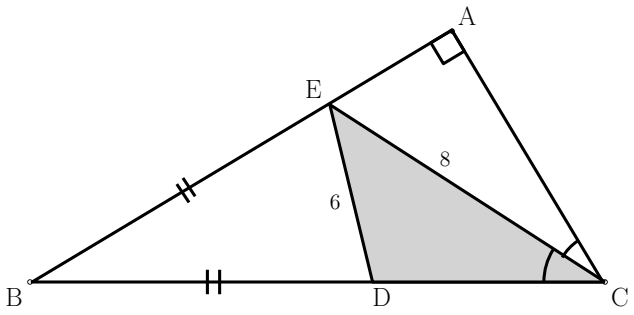
8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a) 111 (b) 126 (c) 140 (d) 168 (e) 175

6. A box contains 5 red marbles, 3 blue marbles, and 2 yellow marbles. Marbles are drawn randomly one-at-a-time without replacement. What is the probability that the first two marbles drawn have the same color?

(a) 28/100 (b) 38/100 (c) 3/10 (d) 28/90 (e) 38/90

7. Let ABC be a right triangle and measure of the angle CAB is 90^o. It is also given that the line segment CE is the angular bisector. Moreover, $|BE| = |BD|$, $|DE| = 6\,cm$ and $|EC| = 8\,cm$. What is the area of the triangle DEC in cm^2?



(a) $6\sqrt{2}$ (b) $6\sqrt{3}$ (c) $12\sqrt{2}$ (d) $12\sqrt{3}$ (e) $24\sqrt{2}$

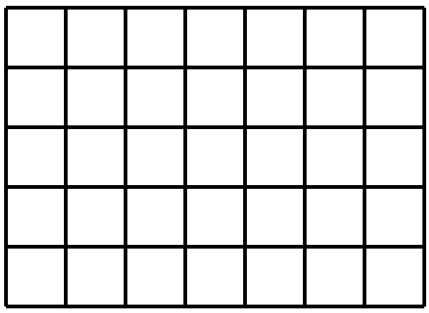
8. If $f(x) = ax^4 - bx^2 + 2x - 1$ and $f(3) = 7$, then $f(-3) =$?

(a) -9 (b) -5 (c) -1 (d) 3 (e) 7

9. Suppose that $\sin a + \sin b = \sqrt{2/3}$ and $\cos a + \cos b = \sqrt{3/2}$. What is $\cos(a - b)$?

(a) -1/6 (b) -1/12 (c) 1/12 (d) 1/6 (e) 1/3

10. What is the number of rectangles (of all possible sizes) in the given diagram?



(a) 420 (b) 480 (c) 540 (d) 576 (e) 640

Section 3

There are 5 questions in this section. Each question is worth 3 points. An incorrect answer carries a penalty of 0.75 points.

1. Three brothers are preparing to go to a party. Because it was cold outside, they want to wear hats and gloves. There are three hats and three pairs of gloves to choose from. There is a green hat, a blue hat, and a red hat. There is a pair of leather gloves, a pair of wool gloves, and a pair of cotton gloves. We know that

   (i) Adam did not wear the wool gloves.

   (ii) The person wearing leather gloves was wearing the red hat or the green hat.

   (iii) The person wearing the green hat wore wool gloves or cotton gloves.

   (iv) The person wearing leather gloves was Bob or Charles.

   (v) Adam did not wear the green hat.

   (vi) Charles was wearing the blue hat or the green hat.

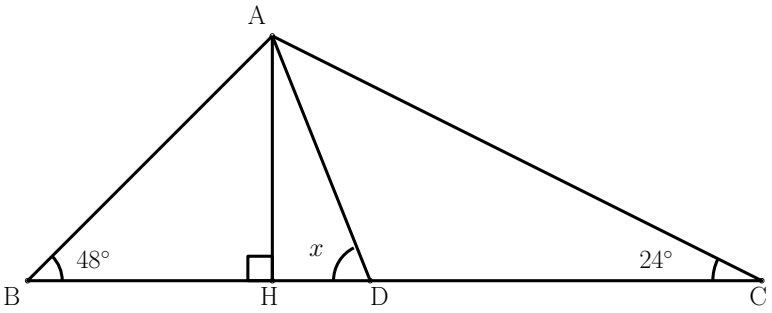
   Which of the following is a correct match?

   (a) Adam wore the red hat. (b) Bob wore the cotton gloves.

   (c) Charles wore the blue hat. (d) Bob wore the green hat.

   (e) Charles wore the wool gloves.

2. Let ABC be a triangle and measure of the angle ABC is 48^o and measure of the angle BCA is 24^o. It is also given that the line segment AH is perpendicular to side BC and $|DC| = 2|BH|$. Let x be the measure of the angle ADB. Then x is



(a) 72^o (b) 66^o (c) 60^o (d) 48^o (e) 36^o

3. A fair standard six-sided die is tossed three times. Given that the sum of the first two tosses equals the third, what is the probability that at least one of the tosses resulted in a '2'?

(a) 1/6 (b) 91/216 (c) 1/2 (d) 8/15 (e) 7/12

4. For any positive integer n, let $f(n) = \begin{cases} \log_8 n, & \text{if } \log_8 n \text{ is rational} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$. What is $\sum_{n=1}^{2019} f(n)$?

(a) $\log_8 2019$ (b) 6 (c) 55/3 (d) 58/3 (e) 22

5. How many zeroes does $f(x) = \cos(\log x)$ have on the interval $0 < x < 1$?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 10 (e) infinitely many

3. في تجربة رمي حجر نرد ثلاث مرات، إذا كان مجموع الرقمين الظاهرين في الرمية الأولى والثانية يساوي الرقم الظاهر في الرمية الثالثة، ما احتمال أن تكون واحدة من الرميات على الأقل استقرت على الوجه "2" ؟

$(a) 1/6$ (b) $91/216$ (c) $1/2$ (d) $8/15$ (e) $7/12$

4. لأي عدد موجب صحيح n، افترض أن $f(n) = \begin{cases} log_8 n, & \text{اذا كان } log_8 n \text{ عدد جذرى} \\ 0, & \text{فى أى حالة أخرى} \end{cases}$ ما هو $\sum_{n=1}^{2019} f(n)$

$(a) \log_8 2019$ (b) 6 (c) $55/3$ (d) $58/3$ (e) 22

5. كم عدد الأصفار التي تحتوي عليها الدالة $f(x) = \cos(\log x)$ على المدى $0 < x < 1$؟

$(a) 0$ (b) 1 (c) 2 (d) 10 (e) عدد لامتناهي

القسم الثالث

يحتوي هذا القسم على (5) أسئلة . تمنح الإجابة الصحيحة على كل سؤال ثلاث نقاط، وكل إجابة خاطئة تخصم 0.75 نقطة.

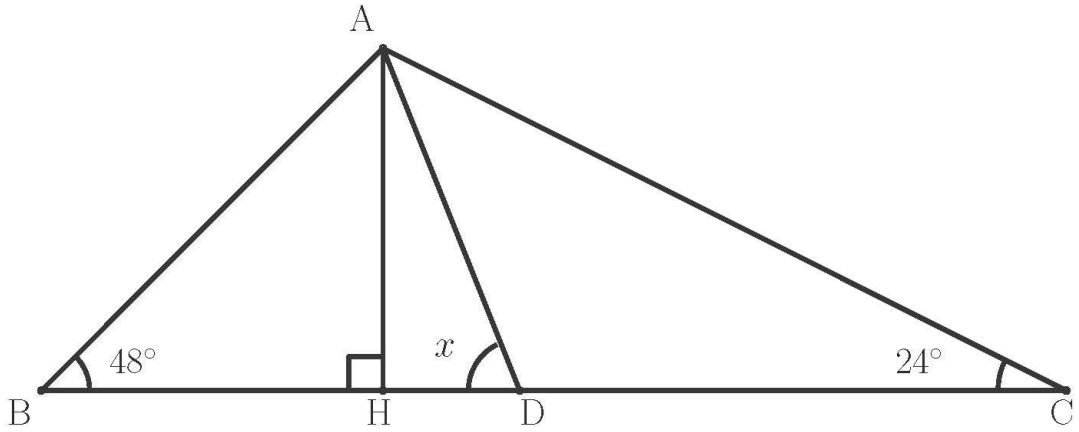
1. ثلاثة أخوة يستعدون للذهاب إلى احدى الحفلات، لأن الطقس بارد بالخارج، كل منهم يريد أن يرتدى قبعة وقفازات. توجد ثلاثة أزواج من القبعات وثلاثة أزواج من القفازات لكي يختاروا ببينهم. هناك قبعة خضراء، قبعة زرقاء وقبعة حمراء. أيضاً يوجد زوج من القفازات الجلدية، زوج من القفازات الصوفية، وزوج من القفازات القطنية. نحن نعرف أن:

(i) "أدم" لم يرتدي القفازات الصوفية
(ii) الشخص الذى أرتدي القفازات الجلدية كان يرتدي القبعة الحمراء أو الخضراء
(iii) الشخص الذى يرتدي القبعة الخضراء كان يرتدي القفازات الصوفية أو القطنية
(iv) الشخص الذى يرتدي القفازات الجلدية كان "بوب" أو "شارلز"
(v) "أدم" لم يرتدي القبعة الخضراء
(vi) "شارلز" كان يرتدي القبعة الزرقاء أو الخضراء

أي من الاتي يعتبر إجابة صحيحة ؟

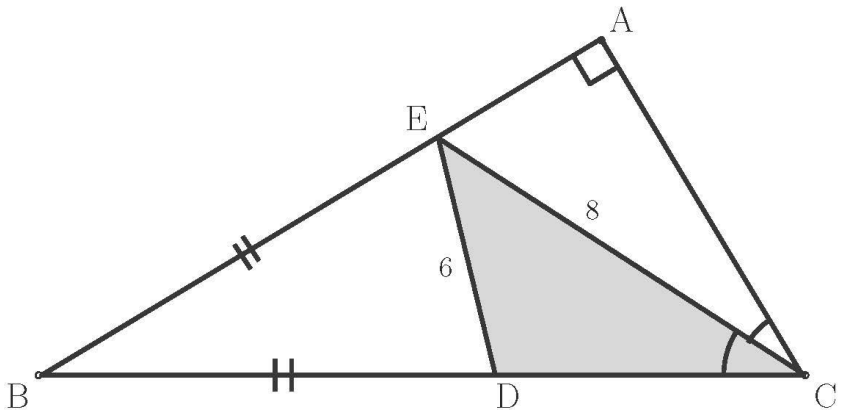
(a) "ادم" ارتدى القبعة الحمراء (b) "بوب" ارتدى القفازات القطنية
(c) "شارلز" ارتدى القبعة الزرقاء (d) "بوب" ارتدى القبعة الخضراء
(e) "شارلز" ارتدى القفازات الصوفية

2. فرضاً أن ABC مثلث وقيمة الزاوية ABC هي 48° وقيمة الزاوية BCA هي 24°. معطى أيضاً ان الضلع AH عمودي على الضلع BC و $|DC| = 2|BH|$. افترض ان X هي قيمة الزاوية ADB. ما قيمة X ؟



(a) 72° (b) 66° (c) 60° (d) 48° (e) 36°

7. فرضاً أن ABC هو مثلث قائم الزاوية وقياس الزاوية CAB هو 90°. أيضاً معطى لك ان الضلع CE هو منصف الزاوية. بالإضافة إلى ذلك، |BD| = |BE|، |DE| = 6 cm و |EC| = 8 cm. ما هي مساحة المثلث DEC بوحدة cm^2؟



(a) $6\sqrt{2}$ (b) $6\sqrt{3}$ (c) $12\sqrt{2}$ (d) $12\sqrt{3}$ (e) $24\sqrt{2}$

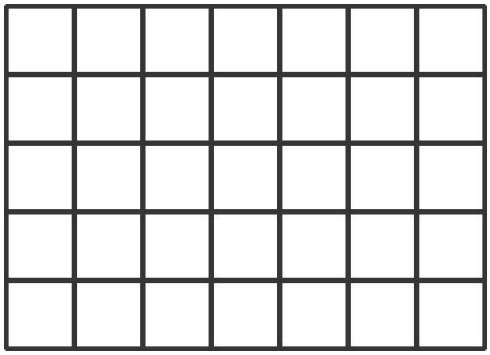
8. فرضاً ان $f(x) = ax^4 - bx^2 + 2x - 1$ و $f(3) = 7$، إذا كم تساوى الدالة $f(-3) = ?$

$(a) -9$ (b) -5 (c) -1 (d) 3 (e) 7

9. فرضاً ان $\sin a + \sin b = \sqrt{2/3}$ و $\cos a + \cos b = \sqrt{3/2}$. ما هي قيمة $\cos(a - b)$؟

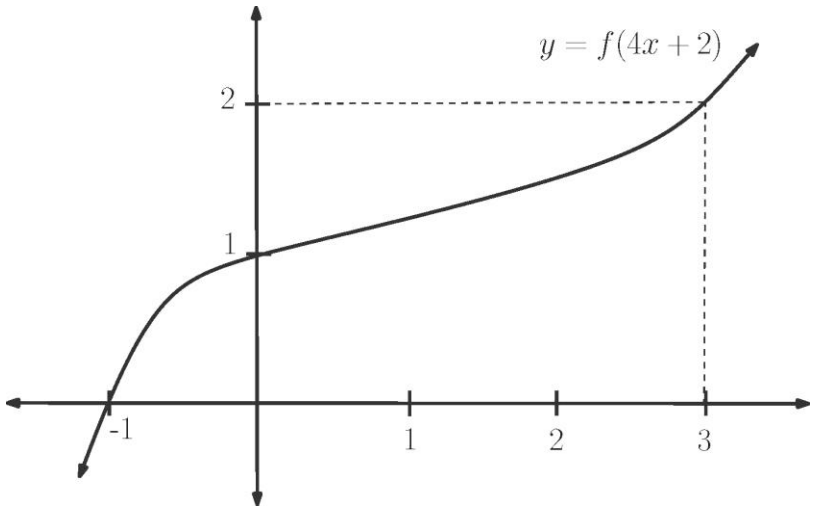
$(a) -1/6$ (b) $-1/12$ (c) $1/12$ (d) $1/6$ (e) $1/3$

10. ما هو عدد المستطيلات (كل الأحجام الممكنة) في الشكل أدناه؟



(a) 420 (b) 480 (c) 540 (d) 576 (e) 64

4. الرسم البياني للدالة $y = f(4x + 2)$ معطي لك. ما هي قيمة $f(2) + f^{-1}(2)$؟



(a) 16 (b) 15 (c) 13 (d) 11 (e) 10

5. المربع العجيب هو مربع مكون من $n \times n$ شبكة مربعيه (n هو عدد الخلايا عند كل ضلع) ممتلئ بأرقام حقيقية موجبة في المدى $1,2,\ldots,n^2$ حيث أن كل خلية تحتوي على رقم مختلف ومجموع كل الأرقام في كل صف، عمود و خط قطري متساوي. هذا الجمع يسمي "الثابت العجيب" للمربع العجيب. مثلاً، في المربع العجيب 3×3 الموضح ادناه، الثابت العجيب يساوى 15 (جمع كل الصفوف، جمع كل الأعمدة، جمع كل الخطوط القطرية يساوى 15). ما هو الثابت العجيب للمربع العجيب 7×7 ؟

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a) 111 (b) 126 (c) 140 (d) 168 (e) 175

6. صندوق يحتوي على 5 كرات حمراء، 3 كرات زرقاء، 2 كرات صفراء. الكرات يتم اختيارها عشوائياً واحدة تلو الأخرى بدون إعادتهم إلى الصندوق. ما هي احتمالية ان تكون اول كرتان يتم اختيارهما لهما نفس اللون؟

(a) 28/100 (b) 38/100 (c) 3/10 (d) 28/90 (e) 38/90

القسم الثاني

يحتوي هذا القسم على (10) أسئلة . تمنح الإجابة الصحيحة على كل سؤال نقطتين، وكل إجابة خاطئة تخصم 0.5 نقطة.

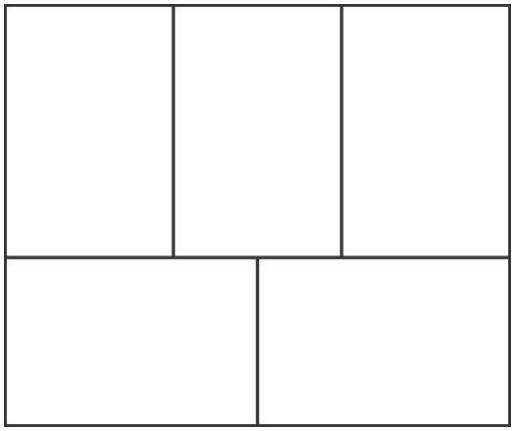
1. الرقم 39.64 عند التعبير عنه بالأساس 5 يساوى 124.31_5 ويكون :

$$39.64 = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^{-1} + 1 \cdot 5^{-2}$$

ما هو الرقم الثاني بعد العلامة العشرية في الأساس الخامس من π؟

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

2. مستطيل محيطه يساوى 132 مقسم إلى خمسة مستطيلات متطابقة كما هو موضح في الرسم. كم يساوى محيط المستطيل الواحد؟



(a) 58 (b) 60 (c) 62 (d) 64 (e) 66

3. عدد الأصفار من أقصى اليمين ل 120 = !5 هو 1. بالمثل، عدد الأصفار من أقصى اليمين ل 2,107,000 هو 3، ما هو عدد الأصفار من اقصى اليمين للرقم !2019؟

(a) 403 (b) 483 (c) 499 (d) 502 (e) 505

23. الرسم البياني التالي يحتوي على أسعار الشراء والبيع ل 4 بضائع. A و B و C و D. لو قمنا بترتيب هذه البضائع الأربعة مع مراعاة نسبة الربح، ما هو الترتيب الصحيح من الاختيارات الأتية؟

Sell Price: سعر البيع

Buy Price: سعر الشراء

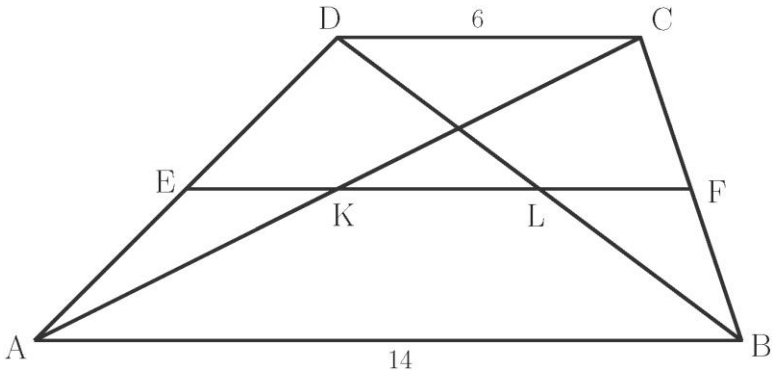
(a) C < B < A < D (b) C < A < B < D (c) C < D < A < B

(d) C < D < B < A (e) C < B < D < A

24. أي من الاتي يساوى $\frac{9^a + 9^a + 9^a + 9^a + 9^a + 9^a}{3^a + 3^a}$ ؟

(a) 3^a (b) 3^{a+1} (c) $2 \cdot 3^a$ (d) $4 \cdot 3^a$ (e) 3^{a+3}

25. لاحظ شبه المنحرف ABCD، أطوال الأضلاع AB و CD هي 14cm و 6cm، بالترتيب. إذا كانت النقاط E و F هي نقاط منتصف الأضلاع AD و BC، ما هو طول الضلع K L بالسنتيمتر؟



(a) 6 (b) 5 (c) 4 (d) 3 (e) 2

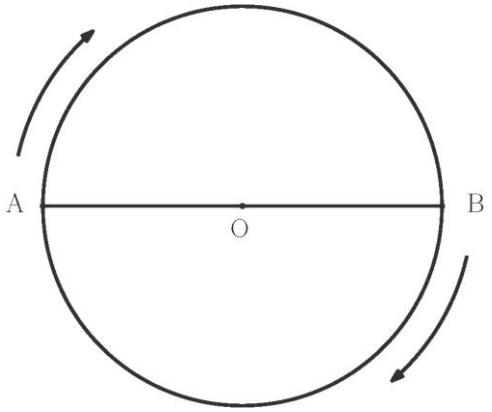
19. عمر "فضل" بعد 10 سنوات يساوى عمر "كريم" منذ 6 سنوات. بعد 8 سنوات، عمر "كريم" سيكون ضعف عمر "فضل". ما هو عمر "فضل" الحالي؟

(a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 12 (e) 15

20. مالك أحد المحلات يشترى نوعين من الأرز. النوع الأول ثمنه 1.2 dollar per kg وهو يشتري 60 kg ، النوع الثاني ثمنه 1.6 dollar per kg وهو يشتري 40 kg، ثم يخلط النوعين قبل البيع. ما هو سعر بيع 1 kg من الخليط إذا حصل على 25% ربح؟

(a) 1.65 (b) 1.70 (c) 1.78 (d) 1.80 (e) 1.90

21. محيط المسار الدائري المعطي يساوى 400 متر والنقطة O هي نقطة المنتصف الخاصة بالمسار. أحد سائقين الدراجات يبدأ السباق من النقطة A وسرعته 18 متر في الثانية الواحدة. سائق دراجة آخر ، يبدأ السباق في نفس الوقت من النقطة B بسرعة 13 متر في الثانية الواحدة. إذا كان الاثنان يتحركان مع عقارب الساعة، كم ثانية سيستغرق سائق الدراجة الأول لكي يتقاطع مع سائق الدراجة الثانية للمرة الثانية؟

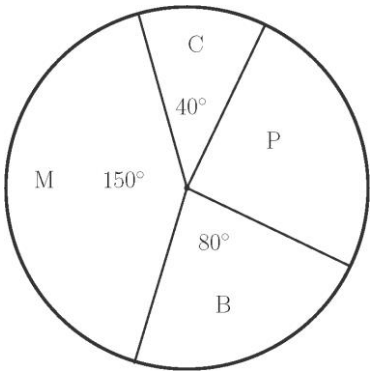


(a) 108 (b) 112 (c) 116 (d) 120 (e) 125

22. لاحظ الدالة $f(x) = 2x - 3$. إذا كانت $(fof)(x) = 19$. ما قيمة x ؟

(a) -9 (b) -7 (c) 5 (d) 6 (e) 7

15. لاحظ مخطط الدائرة المعطى الذي يبين نسبة ساعات العمل، في يوم طبيعي، لطالب يستعد لاختبار مستوى. كما هو مبين في المخطط الدائري، يحتوي الإختبار على أربعة موضوعات: رياضيات، كيمياء، فيزياء، وأحياء. إذا قضى الطالب 16 ساعة للدراسة في اليوم الواحد، كم ساعة سيحتاج أن يقضيها لدراسة الفيزياء ؟

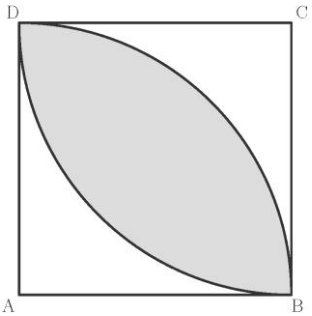


(a) 3 (b) $\frac{7}{2}$ (c) 4 (d) $\frac{9}{2}$ (e) 5

16. قطعة تم بيعها ب QR 84، مما أدى إلى خسارة بنسبة 30%. ما هي نسبة الربح إذا تم بيع القطعة ب QR 168؟

(a) 50 (b) 40 (c) 35 (d) 30 (e) 25

17. فرضاً أن ABCD هو مربع و $|AB| = 2$ cm . الأقواس المعطاة لها مركز عند A و C. ما هي مساحة المنطقة المظللة بوحدة cm^2؟



(a) $2\pi - 2$ (b) $2\pi - 3$ (c) $2\pi - 4$ (d) $\pi - 2$ (e) $\pi - 1$

18. في مزرعة، يوجد فقط أرانب و دجاج. مجموع عدد الرؤوس 32 ومجموع عدد الأرجل 88. ما هو عدد الأرانب في هذه المزرعة؟

(a) 15 (b) 14 (c) 13 (d) 12 (e) 11

8. ما هو حاصل ضرب كل قيم x التي تحقق المعادلة $|3x - 1| = 5x + 7$؟

(a) -3 (b) $-\frac{3}{4}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) 1 (e) 3

9. فرضاً أن n(S) هو عدد العناصر في المجموعة S. للمجموعتين S و T، المجموعة S – T تتكون من العناصر الموجودة ب S ولا تنتمي ل T .

افترض ان A و B هما مجموعتان حيث أن $n(A) = 4n(B)$ ، $n(B - A) = 2$ ، $n(A) < 24$. ما هو أقصى عدد من العناصر في المجموعة B؟

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7 (e) 8

10. فرضاً ان الجذور للمعادلة التربيعية $x^2 - (2m - 5)x + 12 = 0$ اعداد صحيحة. ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد m؟

(a) -4 (b) -1 (c) 3 (d) 6 (e) 9

11. فرضاً ان a و b اعداد صحيحة موجبة. إذا كانت $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ و $a - b = 8$ ، ما قيمة العدد a ؟

(a) 4 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

12. فرضاً أن P(x) كثيرة حدود حيث $P(x + 1) = (x + 2)^2$. ما هو باقي قسمة P(x) على $x + 1$؟

(a) -2 (b) -1 (c) 0 (d) 1 (e) 2

13. $\sqrt{\frac{4}{49} + \frac{1}{25} - \frac{4}{35}}$ تساوي

(a) $\frac{1}{35}$ (b) $\frac{2}{35}$ (c) $\frac{3}{35}$ (d) $\frac{1}{7}$ (e) $\frac{1}{5}$

14. متوسط العمر لمجموعة من الأشخاص يساوى 20. متوسط العمر للعاملين في هذه المجموعة يساوى 24 و متوسط العمر للطلبة في هذه المجموعة يساوى 17. إذا لم يكن أحد من الأشخاص طالب وعامل، ما هي نسبة الطلبة للعاملين في هذه المجموعة؟

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$ (e) $\frac{3}{4}$

القسم الأول

يحتوي هذا القسم على (25) سؤالاً. تمنح الإجابة الصحيحة على كل سؤال نقطة واحدة، وكل إجابة خاطئة تخصم 0.25 نقطة.

1. فرضاً أن x و y و z أعداد حقيقية موجبة تحقق الآتي $x + 2y + 3z = 75$. ما هو أكبر عدد يمكن الحصول عليه عند جمع $x + y + z$؟

(a) 69 (b) 71 (c) 72 (d) 74 (e) 75

2. ما قيمة المقدار $3 - 7 + 11 - 15 + 19 - 23 + \ldots + 67$ ؟

(a) -32 (b) 32 (c) 35 (d) 36 (e) 99

3. فرضاً ان a و b و c و d و e و f و m و n أعداد صحيحة. ما هو أقل ناتج يمكن الحصول عليه عن طريق جمع الأعداد المكونة من منزلتين التالية ab و cd و ef و mn؟

(a) 112 (b) 114 (c) 118 (d) 120 (e) 124

4. لاحظ أن $n!$ (n factorial) تعرف بأنها حاصل ضرب أول n من الأعداد الحقيقية الموجبة. أي من الأعداد التالية هو عدد زوجي؟

(i) $5! + 7! - 3$
(ii) $2^5 + 7! + 5$
(iii) $3^8 + 2^8 + 7$
(iv) $\frac{4!+5!}{4}$
(v) $3^6 + 2^5$

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

5. فرضاً $a = \frac{7}{5} + \frac{9}{7} + \frac{11}{9}$ ، إذاً $\frac{2}{9} + \frac{2}{7} + \frac{2}{5}$ تساوي

(a) a+1 (b) a (c) a – 1 (d) a – 2 (e) a – 3

6. فرضاً أن $x = -\frac{10}{7}$ و $y = -\frac{100}{13}$ و $z = -\frac{1000}{793}$. أي من الاتي هو الترتيب الصحيح ل x وy و z؟

(a) $x < y < z$ (b) $x < y < z$ (c) $z < x < y$ (d) $y < z < x$ (e) $y < x < z$

7. ما هو العدد الحقيقي x الذي يحقق المعادلة $(8 - x)^{10} = (x - 8)^{x^2+1}$؟

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Carnegie Mellon University Qatar

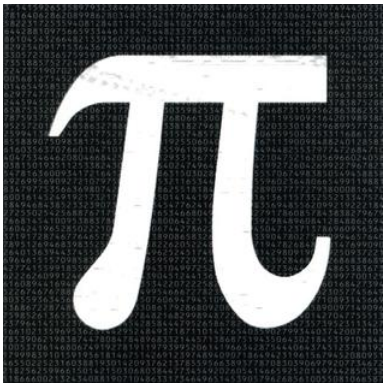
مسابقة يوم باي في الرياضيات

قواعد المسابقة

- يتكون هذا الاختبار من 40 سؤال متعدد الاختيارات. ولكل سؤال إجابات ذات رموز A، B، C، D وE. إجابة واحدة فقط هي الإجابة الصحيحة.
- ضع علامة على إجابتك لكل مسألة في ورقة الإجابة المقدمة. عند كل سؤال، لون الدائرة المقابلة للإجابة المختارة. امسح بالكامل أي أخطاء أوعلامات أخرىسيتم احتساب الإجابات المعلمة بشكل صحيح فقط على ورقة الإجابة.
- **الدرجات** : هناك ثلاثة أقسام في هذا الاختبار.
  - القسم الأول ويتكون من 25 سؤال، يعادل كل منهم درجة واحدة
  - القسم الثاني ويتكون من 10 أسئلة، يعادل كل منها درجتين
  - القسم الثالث ويتكون من 5 أسئلة، يعادل كل منها ثلاث درجات

  الإجابة الصحيحة للسؤال تحتسب درجة كاملة. أما الإجابة الخاطئة تحمل في طياتها خصم 25% من درجة السؤال (أي أن هناك خصم 0.25 للإجابات الخاطئة في القسم الأول، خصم 0.5 للإجابات الخاطئة في القسم الثاني، وخصم 0.75 للإجابات الخاطئة في القسم الثالث). أما الأسئلة التي يتم تركها بدون إجابة، فلا تحتسب لها درجات.
- لا يسمح للمتسابقين بالرجوع للكتب أوالمذكرات أومشاورة الآخرين (باستثناء أعضاء الفريق)، ولا باستخدام الأجهزة الإلكترونية (بما في ذلك الآلات الحاسبة، والهواتف المحمولة، الخ)، أو أية موارد أخرى خلال الاختبار.
- الأشكال غير مطابقة بالضرورة لمقياس الرسم الأصلي.
- قبل البدء بالاختبار، يرجى التأكد من كتابة اسم مدرستك، اسم فريقك (إذا كان لديك واحدا) وأسماء جميع أعضاء الفريق على ورقة الإجابة.
- لديك 90 دقيقة لإتمام الاختبار.
- في نهاية الوقت (90 دقيقة)، على كل فريق أن يقدم ورقة إجابة واحدة.

Carnegie Mellon University Qatar



Fourth Annual Pi Day Mathematics Competition

Preliminary Round Question Booklet

2019