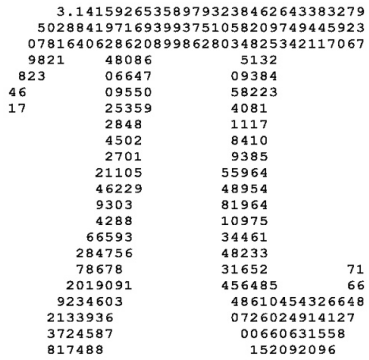
Carnegie Mellon University Qatar



Second Annual Pi Day Mathematics Competition

Preliminary Round Question Booklet

2017

π goes on and on,
and e is just as cursed.
I wonder, how does π begin
When its digits are reversed?

- Martin Gardner

Carnegie Mellon University Qatar

Pi Day Mathematics Competition

Rules of the Competition

- This test consists of 40 multiple choice questions. Each question is followed by answers marked A, B, C, D, and E. Only one of these is correct.
- Mark your answer to each problem on the provided answer sheet. For each question, blacken the circle corresponding to at most one answer choice. Completely erase errors and any stray marks. Only answers properly marked on the answer sheet will be graded.
- SCORING: There are three sections in this test.

  Section 1 consists of 25 questions, each one worth one point. Section 2 consists of 10 questions, each one worth two points. Section 3 consists of 5 questions, each one worth three points.

  A correct answer to a question earns the full point value of the question. An incorrect answer carries a penalty of 25% of the point value of the question (that is, there is a penalty of 0.25 for incorrect answers in Section 1, a penalty of 0.5 for incorrect answers in Section 2, and a penalty of 0.75 for incorrect answers in Section 3). You neither win nor lose points for questions that are left unanswered.
- Contestants may **not** consult textbooks, notes, other people (apart from teammates), electronic devices (including calculators, mobile phones, etc.), or any other resources during the test.
- Figures are not necessarily drawn to scale.
- Before beginning the test, please make sure to write the name of your school, your team's name (if you have one) and the names of all members of the team on the answer sheet.
- You have **90 minutes** to complete the questions.
- At the end of the 90 minutes, each team should submit one answer sheet.

Section 1

There are 25 questions in this section. Each question is worth 1 point. An incorrect answer carries a penalty of 0.25 points.

1. How many of the following statements are correct?
   - π is the ratio of the circumference to the diameter of a circle
   - $\pi = 3.14$
   - $\pi = \frac{22}{7}$
   - π is an irrational number.

   (a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1 (e) 0

2. Omar decides to go on a long drive of 10,000 km in his new four wheeled car. He occasionally swaps his spare tire so that all five tires are used for the same distance when he reaches his destination. How many kilometers will each tire drive?
   (a) 7000 (b) 8000 (c) 8500 (d) 9500 (e) cannot be determined

3. There are nine marbles placed from left to right. The marbles are of four colors: blue, green, red, and blue. We know the following facts about the way marbles are placed:
   i. The marbles on positions 1, 3, and 5 are red,
   ii. Exactly two marbles are green,
   iii. The only blue marble is on the seventh position,
   iv. At least one yellow marble is between two green marbles.
   v. Marbles on positions 8 and 9 are both yellow.

   What is the color of the marble at position 4?
   (a) Blue (b) Green (c) Red (d) Yellow (e) Cannot be determined.

4. Suppose that $|x - 4| = y$, where $x < 4$. What is the value of $x - y$?
   (a) -4 (b) 4 (c) $4 - 2y$ (d) $2y - 4$ (e) $|2y - 4|$

5. The number 8^{4^2} is the same as which of the following?
   (a) 2^{4^8} (b) 2^{12^2} (c) 4^{16} (d) 16^{12} (e) 256^2

6. $(1 - \sqrt{2})^{2017} \times (1 + \sqrt{2})^{2016}$ is equal to
   (a) -1 (b) 1 (c) $1 + \sqrt{2}$ (d) $1 - \sqrt{2}$ (e) $\sqrt{2} - 1$

7. In January, a local stationery company reduced the price of calculators by 20%. There was a second round of discounts in February and prices were reduced by 10% (from the discounted prices in January). If a particular calculator costs QR 288 now, what was its original price before the discounts?

   (a) QR 320 (b) QR 360 (c) QR 400 (d) QR 411.43 (e) QR 450

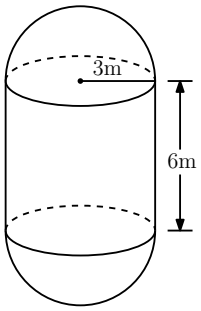
8. Both roots of the quadratic equation $x^2 - 25x + c$ are prime numbers. What is the number of possible values of c?

   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) ≥ 4

9. Which of the following is the set of all real numbers x satisfying the inequality $\dfrac{(3-x)(x^2+2x+8)}{x^2-9} \geq 0$?

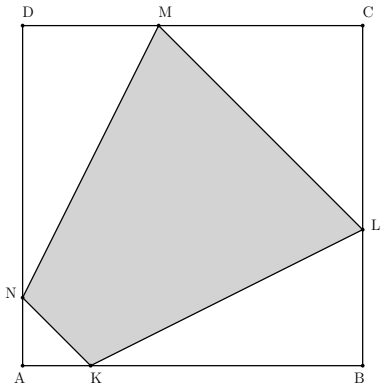
   (a) $(-\infty, -3)$ (b) $(-3, 3)$ (c) $(-3, 4)$ (d) $(3, 4)$ (e) $(3, \infty)$

10. What is the surface area of the given shape?



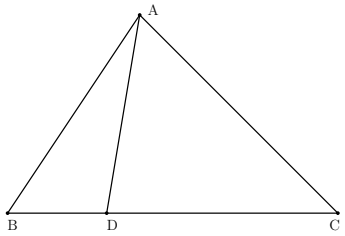
   (a) $60\pi\, m^2$ (b) $72\pi\, m^2$ (c) $90\pi\, m^2$ (d) $108\pi\, m^2$ (e) $216\pi\, m^2$

11. Let $ABCD$ be a square. A trapezoid $KLMN$ is drawn on this square as indicated in the figure. The length of the line segment AB is $|AB| = 5cm$, and similarly $|AK| = 1cm$, $|BL| = 2cm$, $|CM| = 3cm$, $|DN| = 4cm$. What is the area of the trapezoid $KLMN$?



   (a) 8 (b) 10 (c) 12 (d) 14 (e) 16

12. Let ABC be a triangle and D be a point on the side BC. If $|BD| = 2cm$, $|DC| = 8cm$ and the area of the triangle ABD is $6cm^2$. What is the area of the triangle ABC?



(a) 24 (b) 26 (c) 28 (d) 30 (e) 32

13. Let $f(x) = px^2 + (10-p)x + \frac{5}{4}p - 5$. Find the value(s) of p so that $f(x) = 0$ has two equal roots.

(a) -5 (b) 5 (c) ± 5 (d) 5.5 (e) None of these

14. Let $0 < x < y$. Which of the following is equal to $\sqrt{x+y+2\sqrt{x\,y}} \times \sqrt{x+y-2\sqrt{x\,y}}$?

(a) $y - x$ (b) $x - y$ (c) $(x-y)^2$ (d) $x^2 - y^2$ (e) $x + y$

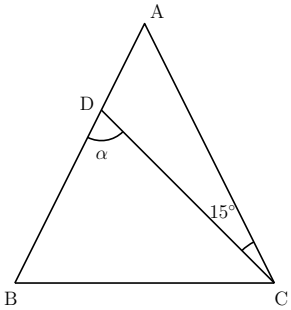
15. Find a negative value of x that satisfies the equation $\sqrt{(x+1)^2 - (2x+1)} + 2|x| - 6 = 0$.

(a) -5 (b) -4 (c) -3 (d) -2 (e) -1

16. A fish tank, in the shape of a rectangular prism, is partially filled with water and its base has the dimensions 60 cm and 80 cm. If a solid iron cube with side length 50 cm is placed in the bottom of the tank, then height of the water in the tank rises to half of the cube. What is the height of the water before placing the iron cube into the tank?

(a) $\frac{375}{54}$ (b) $\frac{475}{48}$ (c) $\frac{475}{96}$ (d) $\frac{575}{48}$ (e) $\frac{575}{96}$

17. Let ABC be a triangle and D be a point on the side AB. Let measure of the angle BDC be α and measure of the angle DCA be 15^o. If $|AB| = |AC|$, $|BD| = |BC|$, then α ?

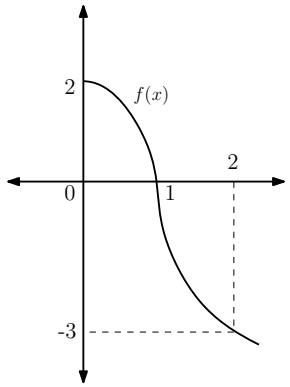


(a) 35 (b) 40 (c) 45 (d) 50 (e) 55

18. You are traveling in a strange land where there are two types of people: Truthtellers and Liars. Truthtellers always tell the truth and Liars always lie. During your travels you meet Alice and Bob. Alice tells you "we are both liars". What can you determine about Alice and Bob?

    (a) They are both Liars
    (b) They are both Truthtellers
    (c) Alice is a Liar and Bob is a Truthteller
    (d) Alice is a Truthteller and Bob is a Liar
    (e) Not enough information is given

19. Let $f(x)$ be a one-to-one and onto function on the interval $[0, 2]$. Find the value of $\dfrac{f(2) + f^{-1}(2)}{f(f(1))}$.



    (a) $-\frac{5}{2}$ (b) $-\frac{3}{2}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{3}{2}$

20. For all odd integers n, which is always a divisor of $n^2 - 1$?

    (a) 3 (b) 7 (c) 8 (d) 12 (e) None of these

21. Ahmed completes a lap around a track in 1 minute but it takes Badir 1 minutes and 7 seconds to complete a lap around the same track. If they begin running at the same time and location, how many complete laps will Ahmed have run when he passes Badir for the first time?

    (a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 11 (e) 13

22. For any positive integers m, n, let $f(mn) = f(m) + f(n)$. If $f(2) = 3$, what is the value of $f(8)$?

    (a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 9 (e) cannot be determined

23. The numbers 1, 2, 3, ..., 12 on the face of a clock were removed and replaced in random positions on the clock. We then go clockwise and record the sums of consecutive pairs of integers on this clock. What is the average of the numbers we record (that is, what is the average of the numbers obtained by adding consecutive integers on the clock face)?

    (a) 8 (b) 10 (c) 11 (d) 12 (e) 13

24. There exist positive integers A, B, and C with no common factor greater than 1, such that

$$A \log_{72} 2 + B \log_{72} 3 = C.$$

What is the sum $A + B + C$?

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9 (e) 10

25. Let $f(x) = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 3(x+1) - 1$. Which of these is identical to $f(x)$?

(a) $(x+1)^3$ (b) $x^3 + 1$ (c) x^3 (d) $x^3 - 1$ (e) $(x-1)^3$

Section 2

There are 10 questions in this section. Each question is worth 2 points. An incorrect answer carries a penalty of 0.5 points.

1. A box contains 7 marbles, three red and four blue. Marbles are removed randomly one at a time until either all the red marbles or all the blue marbles have been removed. What is the probability that the marbles remaining in the urn are blue?

(a) $\frac{4}{10}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{4}{7}$

2. How many of the natural numbers up to and including 2017 are divisible by 3 or 4 but not by 5?

(a) 773 (b) 807 (c) 901 (d) 1008 (e) 1176

3. The product of three consecutive positive integers is 16 times their sum. What is the sum of the squares of the three numbers?

(a) 149 (b) 194 (c) 245 (d) 302 (e) 365

4. A triangle with side lengths in the ratio 3:4:5 is inscribed in a circle of radius 4. What is the area of the triangle?

(a) 13.44 (b) 15.36 (c) 17.28 (d) 20.16 (e) 23.04

5. Let $a_1, a_2, a_3, \ldots$ be a sequence of positive integers such that $a_1 = 1$ and, for all k, the average of the first $k+1$ terms is twice the average of the first k terms. What is the 10th term of the sequence?

(a) 2816 (b) 4608 (c) 5392 (d) 9216 (e) 10240

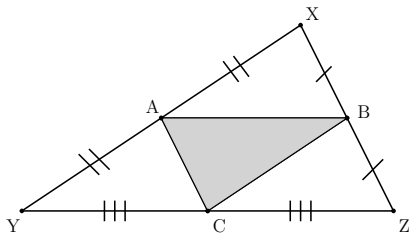
6. If $a = \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1$, then $(\frac{4-a}{a})^6$?

   (a) 3 (b) 6 (c) 8 (d) 9 (e) 12

7. Let $A = 999999999$ and $B = A^2 + 2A$. What is the number of digits of B?

   (a) 8 (b) 9 (c) 16 (d) 17 (e) 18

8. Let XYZ be a triangle. Suppose that $|XZ| = 10\,cm$, $|XY| = 16\,cm$, $|YZ| = 18\,cm$, $|XB| = |BZ|$, $|XA| = |AY|$, and $|YC| = |CZ|$. What is the area of the triangle ABC?



   (a) $5\sqrt{11}$ (b) $6\sqrt{11}$ (c) $6\sqrt{13}$ (d) $6\sqrt{15}$ (e) $7\sqrt{15}$

9. There are 100 students taking a math test and there are 5 questions in this test. For each question, the number of students who answered correctly is 50. What is the smallest number of students whose number of correct answer is no more than two?

   (a) 21 (b) 18 (c) 17 (d) 16 (e) None of these

10. In ancient times, mathematicians calculated approximate values of π by calculating the perimeters of regular polygons inscribed in or circumscribed about a circle. What approximate value do we get by calculating the perimeter of a 12-sided regular polygon inscribed in a circle?

    (a) 3 (b) $10(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ (c) $6\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (d) $\frac{22}{7}$ (e) $4\sqrt{3}$

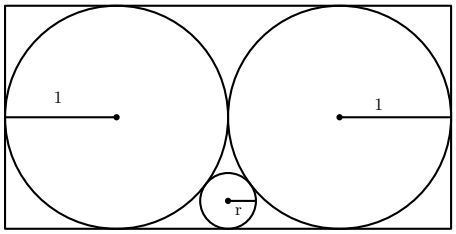
Section 3

There are 5 questions in this section. Each question is worth 3 points. An incorrect answer carries a penalty of 0.75 points.

1. If $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ and $f(3n-1) = f(n) - 1$; $f(3n) = f(n)$; $f(3n+1) = f(n) + 1$ for all $n \geq 1$, then what is $f(2017)$?

   (a) 7 (b) 5 (c) 3 (d) 1 (e) 0

2. Two circles of radius one are tangent to each other and placed inside a 2×4 rectangle. What is the radius of the small circle that is tangent to the two circles and a side of the rectangle?



(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$

3. Find the number of positive integers n such that $1 + \sqrt{n^2 - 9n + 20} > \sqrt{n^2 - 7n + 12}$.

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

4. Which of the following value of x is equal to the acute angle satisfying the equation $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6}$?

(a) 15 (b) 25 (c) 30 (d) 35 (e) 45

5. Three cards, each with a positive integer written on it, are lying face-down on a table. Muna, Priya, and Tina are told that (i) the numbers are all different, (ii) they sum to 13, and (iii) they are in increasing order, left to right.

   First, Muna looks at the number on the leftmost card and says, "I don't have enough information to determine the other two numbers." Then Priya looks at the number on the rightmost card and says, "I don't have enough information to determine the other two numbers." Finally, Tina looks at the number on the middle card and says, "I don't have enough information to determine the other two numbers."

   Assume that each person knows that the other two reason perfectly and hears their comments. What number is on the middle card?

   (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

   (e) There is not enough information to determine the number.

3. قم بإيجاد أرقام الأعداد الصحيحة n إذا كانت: $1+\sqrt{n^2-9n+20} > \sqrt{n^2-7n+12}$

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

4. أي من قيم x التالية تساوي قيمة الزاوية الحادة وتعوض في المعادلة $\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\sin x}=2\sqrt{6}$ ؟

(a) 15 (b) 25 (c) 30 (d) 35 (e) 45

5. ثلاث بطاقات ، كل بطاقة تحمل رقما صحيحا موجبا ، وضعت هذه البطاقات على الطاولة بشكل يخفي الأرقام . تم إخبار منى ، بريا وتينا أن (i) جميع الأرقام مختلفة ، وأن (ii) مجموعهما يساوي 13 ، وأن (iii) هي أرقام بترتيب تصاعدي ، من اليسار إلى اليمين .

أولا ، نظرت منى إلى الرقم المكتوب على البطاقة الموجودة في أقصى اليسار وقالت " لا يوجد عندي معلومات كافية لأحدد الرقمين الآخرين " . ألقت بعد ذلك بريا نظرة على الرقم المكتوب في البطاقة الموجودة في أقصى اليمين وقالت " لا يوجد عندي معلومات كافية لأحدد الرقمين الآخرين " ، وأخيرا قامت تينا بإلقاء نظرة على البطاقة التي وضعت في المنتصف وقالت" لا يوجد عندي معلومات كافية لأحدد الرقمين الآخرين ".

لنفترض أن كل شخص يعرف تماما السببين الآخرين ويسمع تعليقاتهما . ما هو الرقم المكتوب على البطاقة الموجودة في المنتصف ؟

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

(e) لا يوجد معلومات كافية لتحديد الرقم

9. هناك 100 طالب لديهم امتحان في مادة الرياضيات ، الذي يضم خمسة أسئلة . عدد الطلاب الذين أجابوا بشكل صحيح على كل سؤال هو 50 . كم بلغ عدد أقل مجموعة من الطلاب الذين لم تتعدى إجاباتهم الصحيحة أكثر من إجابتين ؟

(a) 21 (b) 18 (c) 17 (d) 16 (e) لا شيء مما ذكر

10. في العصور القديمة ، كان علماء الرياضيات يحسبون القيم التقريبية من π عن طريق حساب محيط المضلعات المنتظمة المدرجة داخل أو خارج الدائرة . ما هي القيمة التقريبية التي نحصل عليها عن طريق حساب محيط مضلع منتظم يتكون من 12 جهة ، مدرج داخل دائرة ؟

(a)3 (b) $10(\sqrt{3+\sqrt{2}})$ (c) $6\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (d) $\frac{22}{7}$ (e) $4\sqrt{3}$

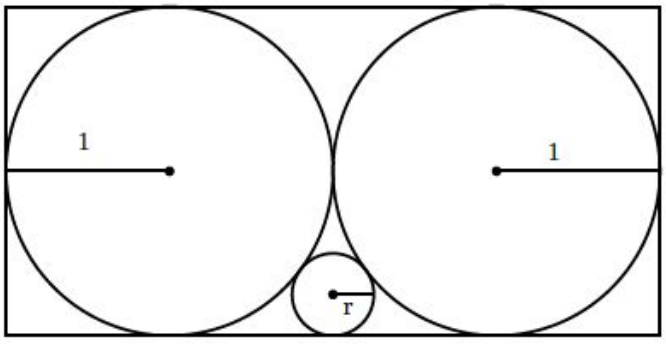
القسم 3

هناك خمس أسئلة في هذا القسم ، كل سؤال منها يستحق 3 نقاط, الإجابة الخاطئة تخصم نسبة 0.75 من النقاط.

1. إذا $f(0)=0$, $f(1)=1$ و $f(3n-1)=f(n)-1$; $f(3n)=f(n)$; $f(3n+1)=f(n)+1$ لكل $n \geq 1$, فما $f(2017)$ تساوي ؟

(a) 7 (b) 5 (c) 3 (d) 1 (e) 0

2. دائرتان متماستان شعاعهما 1 موضوعتان داخل مستطيل قياسه 2 × 4 . ما هو شعاع الدائرة الصغيرة الذي يلامس كل من الدائرتين وجهة واحدة من جهات المستطيل ؟



(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$

2. أي من الأعداد الطبيعية في الأعلى بما في ذلك الرقم 2017 تقبل القسمة على 3 أو 4 ، ولكنها لا تقبل القسمة على 5 ؟

(a) 773 (b) 807 (c) 901 (d) 1008 (e) 1176

3. حاصل ضرب ثلاثة أرقام صحيحة موجبة متتالية يساوي 16 ضرب مجموع تلك الأرقام . ما هم مجموع تربيع الأرقام الثلاثة؟

(a) 149 (b) 194 (c) 245 (d) 302 (e) 365

4. مثلث طول جهاته بالنسب التالية 3 :4 :5 مرسوم داخل دائرة طول شعاعها يساوي 4 . كم تساوي مساحة المثلث ؟

(a) 13.44 (b) 15.36 (c)17.28 (d) 20.16 (e) 23.04

5. فرضا أن $a_1,a_2,a_3,...$ هو نمط لأرقام صحيحة موجبة على أن يكون $a_1 = 1$ ، ومتوسط العمليات الأولى k+1 هو ضعف متوسط العمليات الأولى k . ما هي العملية العاشرة لهذا النمط ؟

(a) 2816 (b) 4608 (c) 5392 (d) 9216 (e) 10240

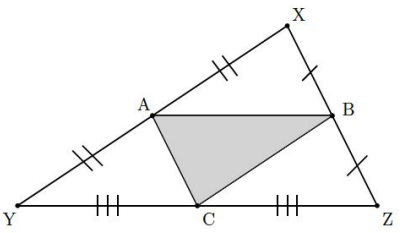
6. فرضا أن $a = \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1$, ماهي قيمة $\left(\frac{4-a}{a}\right)^6$ ؟

(a) 3 (b) 6 (c) 8 (d) 9 (e) 12

7. فرضا أن A = 999999999 و B = A2 + 2A . كم يساوي عدد الخانات بالنسبة ل B ؟

(a) 8 (b) 9 (c) 16 (d) 17 (e) 18

8. فرضا أن XYZ هو مثلث . لنفترض أيضا أن صم $|XZ| = 10$, صم $|XY| = 16$,
صم $|YZ| = 18$, $|XB| = |BZ|$, $|XA| = |AY|$ و $|YC| = |CZ|$.
كم تساوي مساحة المثلث ABC؟



(a) $5\sqrt{11}$ (b) $6\sqrt{11}$ (c) $6\sqrt{13}$ (d) $6\sqrt{15}$ (e) $7\sqrt{15}$

20. بالنسبة للأعداد الصحيحة الفردية n ، ما هو العدد الذي يقسم دائما على $n^2 - 1$ ؟

(a)3 (b)7 (c)8 (d)12 (e) لا شيء مما ذكر

21. أكمل أحمد دورة حول المسار في دقيقة واحدة ، لكنها استغرقت من بدر مدة دقيقة و 7 ثوان لإكمال الدورة حول نفس المسار. إذا كانا قد بدآ في نفس الوقت والمكان، كم دورة كاملة يكون أحمد قد قام بها عندما يمر بجانب بدر للمرة الأولى؟

(a)8 (b)9 (c)10 (d)11 (e)13

22. بالنسبة لأي عدد صحيح موجب m, n فرضا أن $f(mn) = f(m) + f(n)$. إذا $f(2) = 3$. ما هي قيمة $f(8)$؟

(a)5 (b)7 (c)8 (d)9 (e) لا يمكن تحديده

23. تمت إزالة الأرقام 1، 2، 3، ...،12 من واجهة ساعة واستبدلت أماكنها بأماكن عشوائية على مدار الساعة. تحركنا بعدها في اتجاه عقارب الساعة وتم تسجيل مجموع كل رقمين متتاليين من الأعداد الصحيحة في هذه الساعة. ما هو متوسط الرقم القياسي للأرقام التي قمنا بتسجيلها (أي، ما هو متوسط الأرقام التي حصلنا عليها عند إضافة الأعداد الصحيحة المتتالية على وجه الساعة)؟

(a)8 (b)10 (c)11 (d)12 (e)13

24. توجد الأعداد الصحيحة الموجبة التالية A,B,C بدون وجود عامل مشترك أكبر من 1 على النحو التالي:

$$A\log_{72}2 + B\log_{72}3 = C$$

ما هو مجموع A + B + C ؟

(a)6 (b)7 (c)8 (d)9 (e)10

25. فرضا أن $f(x) = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 3(x+1) - 1$. أي من التالي مطابق ل $f(x)$ ؟

(a) $(x + 1)^3$ (b) $x^3 + 1$ (c) x^3 (d) $x^3 - 1$ (e) $(x - 1)^3$

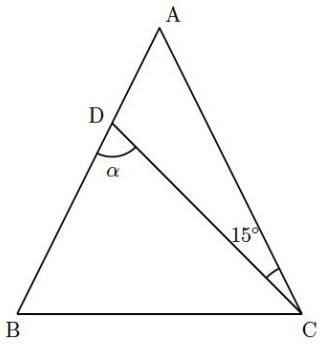
القسم 2

هناك 10 أسئلة في هذا القسم . كل سؤال يستحق نقطتين . الإجابة الخاطئة تخصم نسبة 0.5 من النقاط.

1. يحتوي صندوق على 7 رخامات ، ثلاث منها حمراء وأربعة زرقاء. تم إخراج الرخامات بشكل عشوائي في وقت واحد حتى تمت إزالة إما كل الرخامات الحمراء أو الرخامات الزرقاء. ما هي احتمالية أن الرخامات المتبقية في الجرة زرقاء؟

(a) $\frac{4}{10}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{4}{7}$

17. فرضا أن ABC مثلث و D هي نقطة على المستقيم AB . لنفترض أن قياس الزاوية BDC يساوي α وقياس الزاوية DCA يساوي 15°. إذا كان $|AB| = |AC|, |BD| = |BC|$, فكم تساوي α ؟



(a) 35 (b) 40 (c) 45 (d) 50 (e) 55

18. قمت بالسفر إلى إحدى البلدان الغريبة التي تضم نوعين من الناس : الصادقون والكاذبون . الصادقون دائما ما يقولون الصدق والكاذبون دائما ما يكذبون . التقيت خلال سفرك ب أليس وبوب . قالت لك أليس " نحن الاثنان كاذبان " ما الذي تستطيع تخمينه حول أليس وبوب ؟

(a) هما الاثنان كاذبان

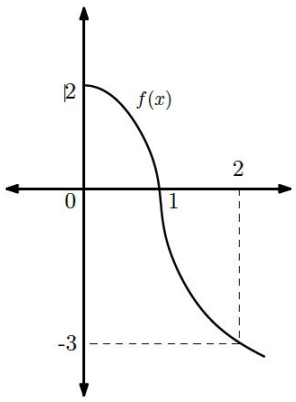
(b) هما الاثنان صادقان

(c) أليس كاذبة وبوب صادق

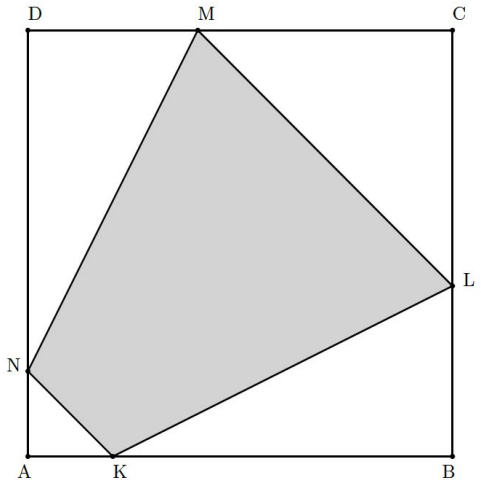
(d) أليس صادقة وبوب كاذب

(e) لم يتم إعطاء معلومات كافية

19. فرضا أن $f(x)$ هي دالة تقابلية وشمولية في المجال [0,2]. المطلوب إيجاد قيمة $\frac{f(2)+f^{-1}(2)}{f(f(1))}$



(a) $\frac{-5}{2}$ (b) $\frac{-3}{2}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{3}{2}$



(a) 8 (b) 10 (c) 12 (d) 14 (e) 16

12. فرضا أن ABC مثلث و D هي نقطة على المستقيم BC ، إذا كان صم $|DC| = 8$,
صم $|BD| = 2$ ومساحة المثلث ABD تساوي 6صم^2, كم تساوي مساحة المثلث ABC ؟

(a) 24 (b) 26 (c) 28 (d) 30 (e) 32

13. فرضا أن $f(x) = px^2 + (10-p)x + \frac{5}{4}p - 5$.أوجد قيمة أو قيم p إذا كانت $f(x) = 0$ لديها جذران متساويان .

(a) -5 (b) 5 (c) ±5 (d) 5.5 (e) لا شيء مما ذكر

14. فرضا أن $0 < x < y$, أي من التالي يساوي $\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} \times \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}$ ؟

(a) y − x (b) x − y (c) (x − y)^2 (d) x^2 − y^2 (e) x + y

15. قم بإيجاد قيمة سالبة ل x تلبي المعادلة الرياضية التالية: $\sqrt{((x+1)^2-(2x+1))} + 2|x| - 6 = 0$

(a) −5 (b) −4 (c) −3 (d) −2 (e) −1

16. خزان أسماك، على شكل موشور مستطيل، ملئ جزئيا بالماء ، أبعاد قاعدته بقيمة 60 سم و 80 سم. إذا وضعت مكعبا حديديا صلبا طول جهة من جهاته تساوي 50 سم في قاع الخزان، حيث ارتفع الماء في الخزان إلى نصف المكعب. ما هو ارتفاع الماء قبل وضع المكعب الحديدي في الخزان؟

(a) $\frac{375}{54}$ (b) $\frac{475}{48}$ (c) $\frac{475}{96}$ (d) $\frac{575}{48}$ (e) $\frac{575}{96}$

6. هل $(1+\sqrt{2})^{2016} \times (1-\sqrt{2})^{2017}$ تساوي:

(a) −1 (b) 1 (c) $1+\sqrt{2}$ (d) $1-\sqrt{2}$ (e) $\sqrt{2}-1$

7. خلال شهر يناير ، قامت إحدى الشركات المحلية الثابتة بتخفيض أسعار الآلات الحاسبة بنسبة 20 % . كانت هناك جولة ثانية لتخفيض الأسعار في شهر فبراير حيث تم التخفيض بنسبة 10 % (إضافة إلى تخفيضات الأسعار التي تمت في شهر يناير). إذا كان ثمن كل آلة حاسبة في الوقت الحالي هو 288 ريال قطري ، كم كان ثمنها الأصلي قبل التخفيضات ؟

(a) 320ق (b) 360 ق (c) 400 ق (d) 411.43ق (e) 450 ق

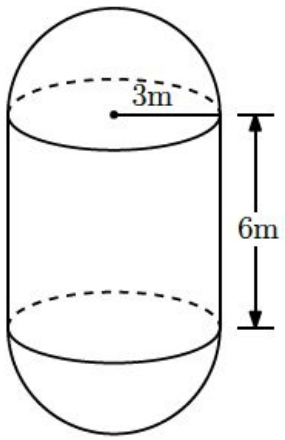
8. جذرا كل من المعادلات التربيعية $x^2-25x+c$ هي أعداد أولية. ما هو العدد للقيم المحتملة ل c ؟

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) ≥ 4

9. .أي من التالي يمثل مجموعة الأرقام x التي تعوض المتباينة $\frac{(3-x)(x^2+2x+8)}{x^2-9} \geq 0$ ؟

(a) $(-\infty,-3)$ (b) $(-3,3)$ (c) $(-3,4)$ (d) $(3,4)$ (e) $(3,\infty)$

10. ما هي مساحة السطح للشكل المعطى ؟



(a) 60π م^2 (b) 72π م^2 (c) 90π^{2}م (d) 108π م^2 (e) 216π م^2

11. فرضا أن ABCD هو مربع . هناك شبه منحرف KLMN تم رسمه في هذا المربع كما هو موضح في الشكل ، طول المستقيم AB هو $|AB| = 5cm$ وبالمثل $|BL| = 2cm$ ، $|CM| = 3cm$ ، $|AK| = 1cm$ ، $|DN| = 4cm$. ما هي مساحة شبه المنحرف KLMN ؟

القسم 1

هناك 25 سؤالا في هذا القسم . كل سؤال بقيمة نقطة واحدة . الإجابة الخاطئة تخصم نسبة 0.25 من النقاط.

1. كم عبارة من العبارات التالية صحيحة ؟

- π هي نسبة قياس المحيط على قطر الدائرة
- $\pi = 3.14$
- $\pi = \frac{22}{7}$
- π هي عدد غير منطقي

(a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1 (e) 0

2. قرر عمر الذهاب في رحلة طويلة مسافتها 10,000 كلم مستقلا سيارته رباعية الدفع الجديدة . أحيانا ما يقوم بتبديل عجله الاحتياطي لتكون العجلات الخمس جميعها مستخدمة بنفس المسافة عندما يصل إلى وجهته . كم عدد الكيلومترات التي سيقطعها كل عجل ؟

(a) 7000 (b) 8000 (c) 8500 (d) 9500 (e) لا يمكن تحديده

3. هناك تسع رخامات مصطفة من اليسار إلى اليمين . الرخامات لها أربعة ألوان : الأزرق ، الأخضر ، الأحمر ، والأزرق . نحن نعرف هذه الحقائق عن طريقة وضع الرخامات :

i. الرخامات في الأماكن 1،3و5 باللون الأحمر .

ii. من المؤكد أن هناك رخامتين باللون الأخضر .

iii. الرخامة الوحيدة التي باللون الأزرق هي في المركز السابع .

vi. هناك على الأقل رخامة واحدة باللون الأصفر هي بين رخامتين باللون الأخضر .

v. الرخامتان في المراكز 8 و 9 كلتاهما باللون الأصفر .

ما هو لون الرخامة التي في المركز رقم 4 ؟

(a) أزرق (b) أخضر (c) أحمر (d) أصفر (e) لا يمكن تحديده

4. فرضا أن $y = |x - 4|$ حيث أن $x<4$. ما هي قيمة $x - y$ ؟

(a) −4 (b) 4 (c) 4 − 2y (d) 2y − 4 (e) |2y − 4|

5. هل الرقم 8^{4^2} هو نفس هذه الأرقام :

(a) 2^{4^8} (b) 2^{12^2} (c) 4^{16} (d) 16^{12} (e) 256^2

Carnegie Mellon University Qatar

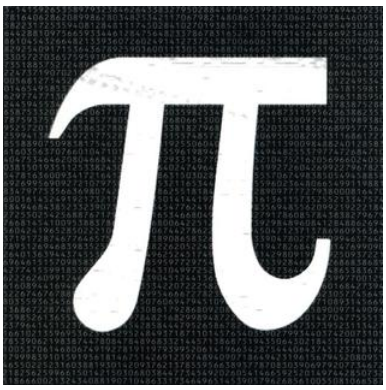
مسابقة يوم باي في الرياضيات

قواعد المسابقة

- يتكون هذا الاختبار من 40 سؤال متعدد الاختيارات. ولكل سؤال إجابات ذات رموز A، B، C، D وE. إجابة واحدة فقط هي الإجابة الصحيحة.
- ضع علامة على إجابتك لكل مسألة في ورقة الإجابة المقدمة. عند كل سؤال، لون الدائرة المقابلة للإجابة المختارة. امسح بالكامل أي أخطاء أوعلامات أخرىسيتم احتساب الإجابات المعلمة بشكل صحيح فقط على ورقة الإجابة.
- **الدرجات** : هناك ثلاثة أقسام في هذا الاختبار.
  - القسم الأول ويتكون من 25 سؤال، يعادل كل منهم درجة واحدة
  - القسم الثاني ويتكون من 10 أسئلة، يعادل كل منها درجتين
  - القسم الثالث ويتكون من 5 أسئلة، يعادل كل منها ثلاث درجات

  الإجابة الصحيحة للسؤال تحتسب درجة كاملة. أما الإجابة الخاطئة تحمل في طياتها خصم 25% من درجة السؤال (أي أن هناك خصم 0.25 للإجابات الخاطئة في القسم الأول، خصم 0.5 للإجابات الخاطئة في القسم الثاني، وخصم 0.75 للإجابات الخاطئة في القسم الثالث). أما الأسئلة التي يتم تركها بدون إجابة، فلا تحتسب لها درجات.
- لا يسمح للمتسابقين بالرجوع للكتب أوالمذكرات أومشاورة الآخرين (باستثناء أعضاء الفريق)، ولا باستخدام الأجهزة الإلكترونية (بما في ذلك الآلات الحاسبة، والهواتف المحمولة، الخ)، أو أية موارد أخرى خلال الاختبار.
- الأشكال غير مطابقة بالضرورة لمقياس الرسم الأصلي.
- قبل البدء بالاختبار، يرجى التأكد من كتابة اسم مدرستك، اسم فريقك (إذا كان لديك واحدا) وأسماء جميع أعضاء الفريق على ورقة الإجابة.
- لديك 90 دقيقة لإتمام الاختبار.
- في نهاية الوقت (90 دقيقة)، على كل فريق أن يقدم ورقة إجابة واحدة.

Carnegie Mellon University Qatar



مسابقة الرياضيات السنوية الثانية ليوم باي

كتيب أسئلة الجولة التمهيدية

2017